



Olimpiada Națională de Matematică 2019  
Etapa locală – Iași, 15 februarie 2019

CLASA a V -a  
Barem de corectare

**Problema 1.**

- a) Suma cifrelor numărului  $\overline{abc}$  este 26 . Calculați suma cifrelor numărului  $\overline{abc} + 1$  .  
b) Fie  $a, b, c$  numere naturale nenule astfel încât  $4a = 5b + 9c$  . Demonstrați că  $a + b$  se divide cu 9 .

**Soluție și barem:**

- a)  $a + b + c = 26$  . Singurele 3 cifre cu suma 26 sunt 8, 9, 9.....1p  
Dacă  $\overline{abc} = 998$ , atunci  $\overline{abc} + 1 = 999$ , deci  $S = 27$ .....1p  
Dacă  $\overline{abc} = 989$ , atunci  $\overline{abc} + 1 = 990$ , deci  $S = 18$  .....1p  
Dacă  $\overline{abc} = 899$ , atunci  $\overline{abc} + 1 = 900$ , deci  $S = 9$  .....1p  
b) Adunând  $4b$  relației  $4a = 5b + 9c$  se obține  $4(a + b) = 9(b + c)$ .....2p  
De aici  $4(a + b):9$  și cum 4 și 9 nu au divizori comuni  $\neq 1 \Rightarrow (a + b):9$  .....1p

**Problema 2.**

Să se determine toate numerele naturale nenule care, împărțite la 19, dau câtul egal cu restul și împărțite la 29 dau, de asemenea, câtul egal cu restul.

**Soluție și barem:**

- $n:19=a$ , rest  $a$ ,  $n=19a+a$ ,  $a<19$ ,  $n=20a$ ,  $n:20$  și  $n<19\cdot20$ ,  $n<380$  .....2p  
 $n:29=b$ , rest  $b$ ,  $n=29b+b$ ,  $b<29$ ,  $n=30b$ ,  $n:30$ .....2p



$n:20$  și  $n:30$  rezultă  $n:60$ .....2p

Folosim și  $n \neq 0$  și  $n < 380$  și obținem pentru  $n$  valorile 60, 120, 180, 240, 300 și 360.....1p

**Problema 3.**

Aflați câte cifre are numărul  $2^{30}$ .

**Soluție și barem:**

$2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10} < 10^{10}$  .....2p

Rezultă că  $2^{30}$  are mai puțin de 11 cifre.....1p

$2^{30} = (2^{10})^3 = 1024^3 > 1000^3 = 10^9$ .....2p

Rezultă că  $2^{30}$  are cel puțin 10 cifre.....1p

Deci  $2^{30}$  are 10 cifre.....1p

**Problema 4.**

Un bunic are doi nepoți. Vârsta sa se exprimă printr-un număr de două cifre, fiecare cifră exprimând vârsta unui nepot, astfel că vârsta bunicului este de șapte ori mai mare decât suma vârstelor celor doi nepoți. Să se determine vârsta fiecăruia, dacă peste șapte ani, suma vârstelor celor trei este de 93 de ani.

**Soluție și barem:**

$\overline{ab} = 7(a+b)$ .....1p

$\overline{ab} + 7 + a + 7 + b + 7 = 93$  .....1p

Se obțin:  $a = 2b$  și  $11a + 2b = 72$  .....2p

$a = 6, b = 3, \overline{ab} = 63$ .....3p