



Olimpiada Națională de Matematică 2019
Etapa locală – Iași, 15 februarie 2019

CLASA a VI-a

Problema 1.

Fie $A = \{ x/x=2a-3, a \in \mathbb{N} \}$ și

$B = \{ x/x=901-9b, b \in \mathbb{N} \}$

Arătați că orice element din mulțimea $A \cap B$ este de forma $901-18k, k \in \mathbb{N}, k \leq 50$.

Problema 2.

Determinați numerele naturale nenule a, b, x, y astfel încât $(a, b) = 2^{x+y}$ și $a + b = 12$.

Am notat cu (a, b) cel mai mare divizor comun al numerelor a și b .

Problema 3.

Se consideră un segment AB cu lungimea de 120 cm și punctele $M_1, M_2, \dots, M_n, n \in \mathbb{N}^*$, aparținând segmentului AB astfel încât $AM_i = k_i$ unde k_i este număr natural nenul și $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Colorăm cu roșu punctele M_i pentru care lungimile segmentelor AM_i și M_iB se exprimă prin numere prime. Restul punctelor considerate se colorează cu albastru.

- Care este valoarea maximă a lui n și câte puncte sunt colorate cu albastru în acest caz?
- Considerând oricâte puncte pe segmentul AB , care este valoarea minimă a lui n pentru care avem cel puțin un punct colorat cu roșu?

Problema 4.

Semidreptele $[OA, [OB, [OC, [OD, [OE, [OF, [OG$ sunt așezate în sensul invers acelor de ceasornic, astfel încât $m(\sphericalangle AOB) = 36^\circ, OC \perp OB$, unghiul $\sphericalangle COD$ este complementul $\sphericalangle AOB$, punctele B, O, E sunt coliniare, $m(\sphericalangle EOF)$ este mai mică decât $m(\sphericalangle COD)$ cu 5° $[OG$ = este bisectoarea unghiului $\sphericalangle FOA$. Calculați:

- măsura unghiului COD ;
- măsura unghiului GOA .

Timp de lucru: 2 ore

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte